

相互作用势对原子核 α 团簇结构的影响

狄宣平^{1,2} 方德清^{1,3} 何万兵³ 马余刚^{1,3}

1(中国科学院上海应用物理研究所 上海 201800)

2(中国科学院大学 北京 100049)

3(复旦大学 现代物理研究所 教育部核物理与离子束应用重点实验室 上海 200433)

摘要 本文使用扩展的量子分子动力学模型(Extension of quantum molecular dynamics, EQMD),通过调整泡利势参数,使模型计算出的原子核平均结合能和均方根半径更符合实验值和经验公式。在EQMD模型中加入动量相关势,根据无限大核物质的状态方程推导得到不同的核相互作用势参数,研究不同核势深度对 $4 \leq A \leq 40$ 的 α 共轭核($N=Z$, 偶偶核)内的 α 团簇结构形成的影响。结果表明:核势越深越容易在 α 共轭核中产生 α 团簇结构;同时,核势深度的变化也会影响 ^{12}C 和 ^{16}O 原子核内 α 团簇的构型。

关键词 核相互作用势, α 团簇, EQMD模型

中图分类号 O571.2, O571.25

DOI: 10.11889/j.0253-3219.2021.hjs.44.030501

Effect of nuclear potential on formation of α cluster in nuclei

DI Xuanping^{1,2} FANG Deqing^{1,3} HE Wanbing³ MA Yugang^{1,3}

1(Shanghai Institute of Applied Physics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China)

2(University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

3(Key Laboratory of Nuclear Physics and Ion-beam Application (MOE), Institute of Modern Physics, Fudan University, Shanghai 200433, China)

Abstract [Background] The cluster structure in light nuclei has been a hot topic in the nuclear structure research. Cluster phenomenon is related to the effective nuclear interaction, but the detailed mechanism of clusters in nuclei is still unclear. [Purpose] This study aims to investigate the effect of nuclear potential on formation of α cluster in nuclei. [Methods] By adjusting the Pauli potential parameters in the extension of quantum molecular dynamics model (EQMD), the average binding energy and root mean square radius of the nucleus calculated by the model are in better agreement with the experimental values and empirical formulas. Momentum-dependent nuclear interactions (MDI) is added to the EQMD model. According to the state equation of infinite nuclear matter, different nuclear interaction potential parameters are derived. [Results] The deeper the Skyrme potential, the easier the α cluster structure will be produced. [Conclusions] The nuclear interaction potential has a great influence on the formation of α cluster structure in nuclei.

Key words Skyrme potential, α cluster, EQMD model

国家自然科学基金(No.11925502, No.11935001, No.11961141003, No.11927901, No.11705031)、国家重点研发计划(No.2018YFA0404404)、上海市自然科学基金(No.19ZR1403100)和中国科学院战略性先导科技专项(B类)(No.XDB34030100)资助

第一作者: 狄宣平, 女, 1995年出生, 2014年毕业于山东师范大学, 现为硕士研究生, 研究领域为原子核物理

通信作者: 方德清, E-mail: dqfang@fudan.edu.cn; 何万兵, E-mail: hewanbing@fudan.edu.cn

收稿日期: 2020-12-15, 修回日期: 2021-01-29

Supported by National Natural Science Foundation of China (No. 11925502, No. 11935001, No. 11961141003, No. 11927901, No. 11705031), the National Key R&D Program of China (No. 2018YFA0404404), Shanghai Development Foundation for Science and Technology (No. 19ZR1403100) and the Strategic Priority Research Program of Chinese Academy of Sciences (No. XDB34030100)

First author: DI Xuanping, female, born in 1995, graduated from Shandong Normal University in 2014, master student, focusing on nuclear physics

Corresponding author: FANG Deqing, E-mail: dqfang@fudan.edu.cn; HE Wanbing, E-mail: hewanbing@fudan.edu.cn

Received date: 2020-12-15, revised date: 2021-01-29

结团现象在自然界中普遍存在,原子核内的团簇结构一直都是原子核物理的重要研究方向之一。自从 ^{12}C 的Hoyle态的重要性^[1-2]被发现后,人们对 α 团簇结构的研究逐渐升温。稳定的团簇结构一般存在于轻核激发态以及远离 β 稳定线的轻核基态中。在 α 共轭核^[3]内, α 粒子之间可以形成不同的几何构型,比如 ^{12}C 中存在三角形或链状的3- α 奇异结构, ^{16}O 存在正四面体、链状、风筝型或矩形的4- α 奇异结构^[4-5],甚至当质量数(A)为28~52的原子核具有足够高的角动量时环形构型^[6-10]也可能存在。为了观测 α 团簇的不同构型,何万兵等^[4-5,11]研究发现,不同构型的 α 团簇结构具有不同的巨偶极共振特征峰,并提出可以作为探测 α 团簇结构的探针。目前,已经有多种对 α 团簇性质的研究方法,但原子核内核子结团的详细机制还有待进一步研究。

团簇态可以解释为晶体与液相之间的一种混合状态,当温度降低和密度增加时,通过短程力相互作用的粒子系统经历从经典气态到液态再到固态的转变^[12-15]。随着密度的增加,系统内粒子的波函数发生重叠,从而形成团簇^[16]。团簇的形成受很多因素的影响,比如粒子系统内密度的增加、温度的降低、原子核的形变^[16-21]等。Ebran^[22]和Freer^[23]等从理论上发现核势深度的不同也会影响团簇的形成,Ebran分别用非相对论性密度泛函理论Skyrme SLy4^[24-25]和相对论性密度泛函理论DD-ME2^[26]计算了 ^{20}Ne 的自洽基态密度,并且DD-ME2的自洽平均场势要比SLy4深得多,他发现更深的核势更容易产生团簇结构。本文将用输运理论模型研究不同深度的核相互作用势对 α 共轭核内团簇结构的产生及其构型的影响。

轻核的团簇结构对原子核中的玻色-爱因斯坦凝聚、低密度核物质状态方程及核天体物理中元素合成过程具有重要意义^[1,27-28]。研究不同的核势深度对 α 团簇结构的影响,有利于我们了解团簇的形成条件,甚至将来我们可以根据实验数据来探索原子核内的短程力相互作用,从而加深对核物质状态方程的认识。

1 模型和参数调整

量子分子动力学(Quantum Molecular Dynamics, QMD)模型是研究核反应动力学的有效工具,传统的QMD模型^[29]对于中重核描述比较准确,但是对于轻核尤其是远离稳定线的原子核性质描述不太恰当。1996年Maruyama等^[30-31]通过引入摩擦冷却方法、可变的波包宽度、泡利势等提出了一

种扩展的QMD模型,称为EQMD模型。该模型能够很好地描述原子核基态性质,特别是轻核的团簇结构。

1.1 EQMD模型介绍

EQMD模型对单个核子的描述采用复数的高斯波包的形式:

$$\varphi_i(r_i) = \left(\frac{v_i + v_i^*}{2\pi} \right)^{3/4} \exp \left[-\frac{v_i}{2} (r_i - R_i)^2 + \frac{i}{\hbar} P_i \cdot r_i \right] \quad (1)$$

式中: R_i 和 P_i 分别表示第 i 个波包的位置和动量的中心,整个系统的波函数用所有核子波函数的直积来表示。 v_i 表示波包宽度,复数表达式为:

$$v_i \equiv \frac{1}{\lambda_i} + i\delta_i \quad (2)$$

式中: λ_i 和 δ_i 分别表示波包的实部和虚部,分别对应核子的坐标和动量分布宽度。

在坐标空间中核子的密度分布函数为:

$$\rho(r_i) = \left(\frac{1}{\pi\lambda_i} \right)^{3/2} \exp \left[-\frac{1}{\lambda_i} (r_i - R_i)^2 \right] \quad (3)$$

系统的哈密顿量表示为:

$$H = \langle \Psi | \sum_i \left[-\frac{\hbar^2}{2m} \nabla_i^2 - \hat{T}_{\text{c.m.}} + \hat{H}_{\text{int}} \right] | \Psi \rangle \\ = \sum_i \left[\frac{\bar{P}_i^2}{2m} + \frac{3\hbar^2(1 + \lambda_i^2 \delta_i^2)}{4m\lambda_i} \right] - T_{\text{c.m.}} + H_{\text{int}} \quad (4)$$

式中: $T_{\text{c.m.}}$ 和 H_{int} 分别表示系统的零点质心动能和相互作用势能。

EQMD模型选取团簇的判断机制如下:

$$F_{ij} = \begin{cases} 1 & (|R_i - R_j| < a) \\ e^{-(|R_i - R_j| - a)^2/b} & (|R_i - R_j| \geq a) \end{cases} \quad (5)$$

以上就是判断两个编号为 i, j 的核子是否在一个团簇内的公式,这里的参数取值分别是 $a = 1.7\text{fm}$ 和 $b = 4\text{fm}^2$ 。

系统的运动方程通过系统拉格朗日量的时间变分得出,其中单核子的正则演化方程可以表示为:

$$\dot{R}_i = \frac{\partial H}{\partial P_i}, \quad \dot{P}_i = -\frac{\partial H}{\partial R_i}, \\ \frac{3\hbar}{4} \dot{\lambda}_i = -\frac{\partial H}{\partial \delta_i}, \quad \frac{3\hbar}{4} \dot{\delta}_i = \frac{\partial H}{\partial \lambda_i} \quad (6)$$

为了准确地描述系统的基态,需要对相空间进行摩擦冷却,这种初始化冷却过程是通过在正则演化方程里加入阻尼项来实现的。加入阻尼项的演化方程可以表示为:

$$\begin{aligned}\dot{R}_i &= \frac{\partial H}{\partial P_i} + \mu_R \frac{\partial H}{\partial R_i}, & \dot{P}_i &= -\frac{\partial H}{\partial R_i} + \mu_P \frac{\partial H}{\partial P_i}, \\ \frac{3\hbar}{4} \dot{\lambda}_i &= -\frac{\partial H}{\partial \delta_i} + \mu_\lambda \frac{\partial H}{\partial \lambda_i}, & \frac{3\hbar}{4} \dot{\delta}_i &= \frac{\partial H}{\partial \lambda_i} + \mu_\delta \frac{\partial H}{\partial \delta_i}\end{aligned}\quad (7)$$

式中: μ_R 、 μ_P 、 μ_λ 和 μ_δ 为阻尼系数, 加入阻尼系数后可以使系统冷却到更低的能量状态。

系统的有效相互作用由 4 部分构成:

$$H_{\text{int}} = H_{\text{Skymre}} + H_{\text{Coulomb}} + H_{\text{Symmetry}} + H_{\text{Pauli}} \quad (8)$$

其中 Skyrme 势使用如下形式:

$$H_{\text{Skymre}} = \frac{\alpha}{2\rho_0} \int \rho^2(r) d^3r + \frac{\beta}{(\gamma+1)\rho_0^\gamma} \int \rho^{\gamma+1}(r) d^3r \quad (9)$$

在实际的计算中, 不考虑核子的自相互作用, 因此式(9)可以简化为:

$$\begin{aligned}H_{\text{Skymre}} &= \frac{\alpha}{2\rho_0} \sum_{i,j} \int \delta(r_i - r_j) \rho_i(r_i) \rho_j(r_j) d^3r_i d^3r_j + \\ &\quad \frac{\beta}{(\gamma+1)\rho_0^\gamma} \sum_{i,j} \int \delta(r_i - r_j) \rho_i(r_i)^{\gamma-1} \times \\ &\quad \rho_j(r_j) d^3r_i d^3r_j \\ &\equiv H_2 + H_{\gamma+1}\end{aligned}\quad (10)$$

式中: $\alpha = -124.3 \text{ MeV}$, $\beta = 70.5 \text{ MeV}$, 对应的系统不可压缩系数 $K_\infty = 378 \text{ MeV}$ 。在演化过程中, EQMD 系统需要很高精度的数值求解, 因此这里的密度依赖项必须严格采用 $\gamma = 2$ 的三层嵌套循环来求解。

对称能势具有如下形式:

$$H_{\text{Symmetry}} = \int \frac{C_s}{2} \frac{(\rho_p - \rho_n)^2}{\rho_0} d^3r \quad (11)$$

式中: ρ_p 和 ρ_n 分别表示质子和中子的密度, $C_s = 25 \text{ MeV}$ 。

泡利势采用如下简单的形式:

$$\begin{aligned}H_{\text{Pauli}} &= \frac{C_p}{2} \sum_i (f_i - f_0)^2 \theta(f_i - f_0) \\ f_i &\equiv \sum_j \delta(S_i, S_j) \delta(T_i, T_j) |\langle \varphi_i | \varphi_j \rangle|^2\end{aligned}\quad (12)$$

式中: f_i 为第 i 个核子与其他核子的波包重叠函数, 位垒参数 f_0 取值为 1, $C_p = 15 \text{ MeV}$ 为强度参数, $\mu = 1.3$ 。

1.2 泡利势参数调整

目前, EQMD 模型所使用的参数是保持了传统 QMD 模型里 Skyrme 势的标准形式和参数, 并通过调整泡利势参数来符合不同质量区原子核的结合能及均方根半径得到的。虽然在轻核区和重核区模型的计算结果符合得较好, 但是在计算中等质量的原子核时, EQMD 模型所得到的原子核平均结合能与实验值差别较大。因此在本工作中, 我们首先进一

步调整泡利势参数, 令 $C_p = 20 \text{ MeV}$, $\mu = 1.9$, 使得 EQMD 模型所得到的平均结合能和均方根半径分别更好地符合实验值^[32-33]和经验公式^[34]的计算结果。

图 1 是泡利势参数调整前后 EQMD 模型中不同原子核的每核子结合能大小和均方根半径大小。其中方块是泡利势参数调整之前 EQMD 模型的计算结果, 圆形是泡利势参数调整后 EQMD 模型的计算结果^[32-33], 三角在图 1(a)、(b)中分别代表实验值和经验公式计算的结果^[34]。从图 1 可以看出, 调整了泡利势参数之后的 EQMD 模型所得到的结果比调整之前更好, 特别是结合能的结果, 因此在接下来的计算和对比中我们将采用调整后的势参数。

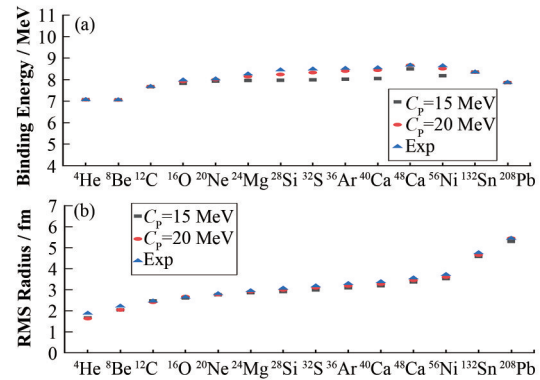


图 1 泡利势参数调整前后 EQMD 模型中不同原子核的每核子结合能(a)和均方根半径(b)

Fig.1 Binding energy of each nucleon (a) and RMS radius of different nuclei (b) in the EQMD model before and after adjustment of Pauli potential parameters

1.3 Skyrme 势参数调整

本文的目的主要是研究不同深度的核势对 α 团簇结构的影响, 为了得到不同深度的核势, 我们调节了 Skyrme 势参数^[35-41], 具体步骤如下:

首先, Skyrme 势参数应满足无限大对称核物质在饱和密度处的各项基本特性($e_\infty = -16 \text{ MeV}$, $\rho_0 = 0.165 \text{ fm}^{-3}$, $P = 0$); 其次, 考虑不对称核物质(加入对称能, 考虑有效质量); 然后, 引入新的约束力(加入泡利势, 考虑泡利不相容原理); 最后, 考虑有限核基本性质, 调节泡利势参数, 使其输出的原子核(¹⁶O, ⁴⁰Ca, ⁴⁸Ca, ⁵⁶Ni, ¹³²Sn, ²⁰⁸Pb)的结合能和均方根半径符合已知实验值。

在零温度下, 对于无限大均匀的核物质且不考虑库仑相互作用时, 系统的能量密度可以简写为:

$$\begin{aligned}H &= \frac{\hbar^2}{2m} \tau + \frac{3}{8} t_0 \rho^2 + \frac{1}{16} t_3 \rho^{\sigma+2} + \frac{1}{16} (3t_1 + 5t_2) \rho \tau + \\ &\quad \frac{1}{64} (9t_1 - 5t_2) (\vec{\nabla} \rho)^2 - \frac{3}{4} W_0 \rho \vec{\nabla} \cdot \vec{J}\end{aligned}\quad (13)$$

式(13)右边第一项是动能项,第二、第三项分别是吸引项(两体项)和排斥项(密度相关项),后面分别是动量相关项、表面能项以及自旋轨道耦合项。EQMD模型里的Skyrme相互作用只考虑了两体项和三体项,通过对比式(9)中的两体项和三体项可以得出:

$\frac{\alpha}{2} \cdot \frac{1}{\rho_0} = \frac{3}{8} t_0; \frac{\beta}{\gamma+1} \cdot \frac{1}{\rho_0^\gamma} = \frac{1}{16} t_3; \gamma = \sigma + 1$ 。无限大均匀核物质的平均结合能和压强公式分别为:

$$\begin{aligned} \frac{E}{A}(\rho) &= \frac{3\hbar^2}{10m} \left(\frac{3\pi^2}{2} \right)^{2/3} \rho^{2/3} + \frac{3}{8} t_0 \rho + \\ &\quad \frac{3}{80} \Theta_s \left(\frac{3\pi^2}{2} \right)^{2/3} \rho^{5/3} + \frac{1}{16} t_3 \rho^{\sigma+1} \\ P(\rho) &= \rho \left\{ \begin{aligned} &\frac{\hbar^2}{5m} \left(\frac{3\pi^2}{2} \right)^{2/3} \rho^{2/3} + \frac{3}{8} t_0 \rho + \\ &\frac{1}{16} \Theta_s \left(\frac{3\pi^2}{2} \right)^{2/3} \rho^{5/3} + \frac{1}{16} t_3 (\sigma+1) \rho^{\sigma+1} \end{aligned} \right\} \end{aligned} \quad (14)$$

其中: $\Theta_s = 3t_1 + 5t_2$, 当系统内核子密度等于无限大均匀核物质的饱和密度时,式(14)的平均结合能应为-16 MeV,式(15)的压强应为0。从式(14)、(15)可以看出,无限大均匀核物质的平均结合能和压强只与两体项,密度相关项和动量相关项有关,由于EQMD模型必须严格执行 $\gamma = 2$ 的三层循环,因此 $\sigma = 1$ 是确定的,为了得到不同的核势,我们在EQMD模型里引入动量相关项。

这里我们直接引入QMD模型里的动量相关项^[28,42-46]:

$$U_{\text{mdi}} = \delta \cdot \ln^2 \left(\varepsilon \cdot (\Delta \vec{p})^2 + 1 \right) \cdot \left(\frac{\rho_{\text{int}}}{\rho_0} \right) \quad (16)$$

引入了动量相关项后,核子在运动方程里的有效质量为 $m^*/m = 0.75$, 式(16)中的参数 $\delta = 1.57$ MeV, $\varepsilon = 500$ 。依据Skyrme势参数的调节步骤,我们可以计算得出这时的 $\alpha = -134.6$ MeV、 $\beta = 62.2$ MeV,此时系统的不可压缩系数为 $K_\infty = 404$ MeV。同时,为了使EQMD模型所得到的平均结合能和均方根半径分别更好地符合实验值和经验公式的计算结果,调整泡利势参数为: $C_p = 28$ MeV, $\mu = 1.3$ 。

图2是引入动量相关项前后EQMD模型中不同原子核的每核子结合能大小和均方根半径大小。其中方块是没加动量相关势的EQMD模型的计算结果,圆形是加入动量相关势的EQMD模型的计算结果,三角在图2(a)、(b)中分别代表结合能的实验值^[32-33]和经验公式计算的均方根半径^[34]。从图2可

以看出,EQMD模型加入动量相关项前后所得到的平均结合能和均方根半径都比较符合实验值和经验公式的计算结果,说明EQMD模型加入动量相关项前后对原子核基态的描述均具有可靠性。

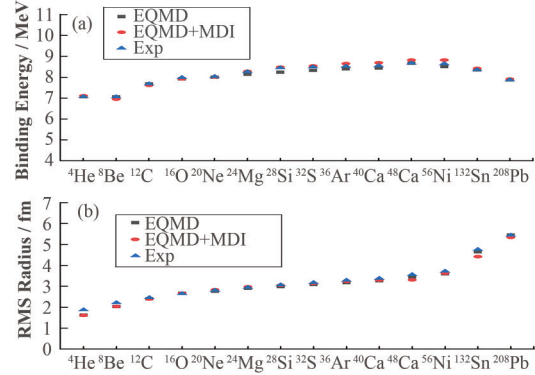


图2 引入动量相关项前后EQMD模型中不同原子核的每核子结合能(a)和均方根半径(b)
Fig.2 Binding energy of each nucleon (a) and RMS radius of different nuclei (b) in the EQMD model before and after adding the MDI

2 结果和讨论

我们运用动量相关项加入前后两组不同的参数对 $4 \leq A \leq 40$ 的 α 共轭核基态进行模拟计算,发现这两组参数所计算出的原子核的每核子核势深度确实不同。图3描述的是加入动量相关项前后EQMD模型所计算的每核子核势深度的大小,其中方块是未加动量相关项的EQMD模型的计算结果,圆形是加入动量相关项后模型的计算结果。如图3所示,加入动量相关项后EQMD模型计算得出的核势深度比没加动量相关项时计算得出的核势深度要深。

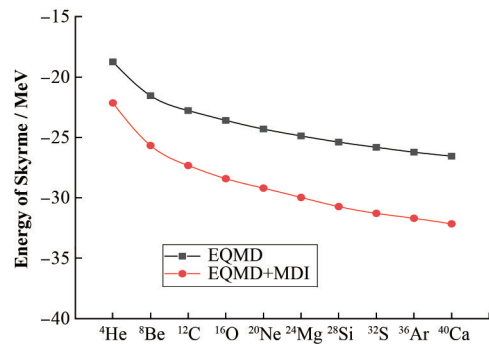


图3 不同 α 共轭核的每核子核势深度
Fig.3 Depth of Skyrme potential of each nucleon of different α conjugated nuclei

在EQMD模型中,通过演化后,每个原子核形成 α 团簇的数目是不固定的。图4是加入动量相关项前后EQMD模型所计算的 $4 \leq A \leq 40$ 的 α 共轭核内

的核子全部形成 α 团簇的概率。图中方块是未加动量相关项时模型的计算结果,圆形是加入动量相关项后模型的计算结果,纵轴里 $n = A/4$ 。从图4可以看出,加入动量相关项后,全部由 α 团簇结构构成的原子核的出现概率明显升高。由于加入动量相关势后核相互作用势的深度增加,也可以说核势深度的增加有助于 α 团簇结构的出现,这个结果符合Ebran^[21]和Freer^[22]等理论研究的结论。

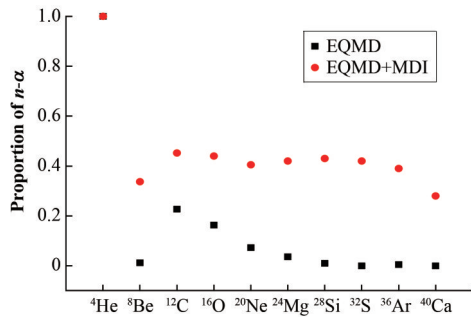


图4 不同 α 共轭核内的核子全部形成 α 团簇结构的概率
Fig.4 The probability of all nucleons in different α conjugated nuclei forming α cluster structure

在用EQMD模型模拟 ^{12}C 和 ^{16}O 的原子核基态时,我们发现核势深度的增加不仅有助于 α 团簇结构的出现,而且对 α 团簇的构型也有一定影响。图5是由 α 团簇构成的 ^{12}C 和 ^{16}O 的不同构型所占的比例。图中方块是没加动量相关项的EQMD模型的计算结果,圆形是加入动量相关项后EQMD模型的计算结果。由图5可知,加入动量相关项后,也就是核势深度加深后 ^{12}C 中链状结构减少,三角结构增多; ^{16}O 中链状结构和矩形结构减少,风筝型结构和四面体结构数目增多。因此我们可以初步得出结论:核势深度的增加使得 α 团簇结构由分散的构型向更紧凑的构型转变,原子核内的 α 粒子趋于集中分布。

在研究过程中我们发现,在EQMD模型中加入式(16)形式的动量相关项虽然可以为原子核的初始化过程提供更深的核势深度,但并不利于原子核在自由演化时的稳定性,约有5%的轻核会在自由演化中坍塌或发散掉,随着核子数目的增多,坍塌或发散掉的原子核数目也会增多。

3 结语

通过上面的研究分析可以看出,调节了泡利势参数后EQMD模型对原子核基态性质的模拟更可靠。对于EQMD模型来说,加入动量相关项会导致原子核在自由演化过程中的稳定性降低。核势深度的增加,有利于 α 共轭核内的核子全部组成 α 粒子,

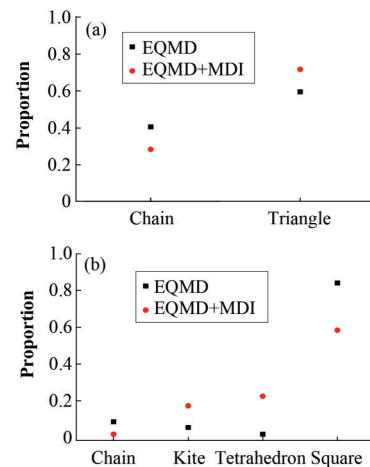


图5 由 α 团簇构成的 ^{12}C (a)和 ^{16}O (b)的不同构型所占的比例

Fig.5 Proportion of different configurations of ^{12}C (a) and ^{16}O (b) consisting of α clusters

同时也会导致这些 α 粒子的构型发生变化。这为深入研究核物质状态方程对原子核基态和结团现象的影响具有参考价值。目前,我们对核力的本质及原子核结构的认识还有限,需要采用更多的研究方法和技术进行深入研究。随着深度学习及量子计算等^[47-48]新的方法与技术核物理领域的应用,未来人们对原子核性质的认识将会更加深入和全面。

参考文献

- Freer M, Fynbo H O U. The Hoyle state in ^{12}C [J]. Progress in Particle & Nuclear Physics, 2014, **78**: 1 - 23. DOI: 10.1016/j.ppnp.2014.06.001.
- Marín-Lámbardi D J, Bijker R, Freer M, *et al.* Evidence for triangular D_{3h} symmetry in ^{12}C [J]. Physical Review Letters, 2014, **113**(1): 012502. DOI: 10.1103/PhysRevLett.113.012502.
- Tohsaki A, Horiuchi H, Schuck P, *et al.* Alpha cluster condensation in ^{12}C and ^{16}O [J]. Physical Review Letters, 2001, **87**(19): 192501. DOI: 10.1103/PhysRevLett.87.192501.
- He W B, Ma Y G, CAO X G, *et al.* Dipole oscillation modes in light α -clustering nuclei[J]. Physical Review C, 2016, **94**(1): 014301. DOI: 10.1103/PhysRevC.94.014301.
- He W B, Ma Y G, CAO X G, *et al.* Giant dipole resonance as a fingerprint of α clustering configurations in ^{12}C and ^{16}O [J]. Physical Review Letters, 2014, **113**(3): 032506. DOI: 10.1103/PhysRevLett.113.032506.
- Cao X G, Kim E J, Schmidt K, *et al.* Examination of evidence for resonances at high excitation energy in the 7α disassembly of ^{28}Si [J]. Physical Review C, 2019, **99**

- (1): 014606. DOI: 10.1103/PhysRevC.99.014606.
- 7 Wong C Y. Rotating toroidal nuclei[J]. Physical Review C, 1978, **17**(1): 331. DOI: 10.1103/physrevc.17.331.
- 8 Wong Cheuk-Yin. Hot toroidal and bubble nuclei[J]. Physical Review Letters, 1985, **55**(19): 1973–1975. DOI: 10.1103/PhysRevLett.55.1973.
- 9 Zhang J Y, Wong C Y. Hot rotating toroidal nuclei[J]. Physical Review C, 1986, **34**(3): 1094. DOI: 10.1103/PhysRevC.34.1094.
- 10 Staszczak A, Wong C Y. A region of high-spin toroidal isomers[J]. Physics Letters B, 2014, **738**: 401–404. DOI: 10.1016/j.physletb.2014.10.013.
- 11 Pandit D, Dey B, Mondal D, *et al.* Giant dipole resonance width as a probe for nuclear deformation at finite excitation[J]. Physical Review C, 2013, **87**(4): 101–114. DOI: 10.1103/PhysRevC.87.044325.
- 12 Pines D. The theory of quantum liquids[J]. American Journal of Physics, 1990, **36**(3): 279–280. DOI: 10.1119/1.1974502.
- 13 Jaqaman H, Mekjian A Z, Zamick L. Nuclear condensation[J]. Physical Review C, 1983, **27**(6): 2782–2791. DOI: 10.1103/PhysRevC.27.2782.
- 14 Su R K, Yang S D, Kuo T T S. Liquid-gas and superconducting phase transitions of nuclear matter calculated with real time Green's function methods and skyrme interactions[J]. Physical Review C, 1987, **35**(4): 1539–1550. DOI: 10.1103/PhysRevC.35.1539.
- 15 Kanada-En'yo Y, Kimura M, Kobayashi F, *et al.* Cluster structures in stable and unstable nuclei[J]. Nuclear Science and Techniques, 2015, **26**(2): S20501. DOI: 10.13538/j.1001-8042/nst.26.S20501.
- 16 Ebran J P, Khan E, Nikšić T, *et al.* Localization and clustering in atomic nuclei[J]. Journal of Physics G Nuclear & Particle Physics, 2017, **44**(10): 103001. DOI: 10.1088/1361-6471/aa809b.
- 17 Reinhard P G, Maruhn J A, Umar A S, *et al.* Localization in light nuclei[J]. Physical Review C, 2010, **83**(3): 589–601. DOI: 10.1103/PhysRevC.83.034312.
- 18 Ebran J P, Khan E, Nikšić T, *et al.* Cluster-liquid transition in finite, saturated fermionic systems[J]. Physical Review C, 2014, **89**(3): 031303. DOI: 10.1103/PhysRevC.89.031303.
- 19 Zinner N T, Jensen A S. Comparing and contrasting nuclei and cold atomic gases[J]. Journal of Physics G Nuclear & Particle Physics, 2013, **40**(5): 053101. DOI: 10.1088/0954-3899/40/5/053101.
- 20 Ebran J P, Khan E, Lasserri R D, *et al.* Single-particle spatial dispersion and clusters in nuclei[J]. Physical Review C, 2018, **97**(6): 061301. DOI: 10.1103/PhysRevC.97.061301.
- 21 von Oertzen W, Freer M, Kanada-En'yo Y, *et al.* Nuclear clusters and nuclear molecules[J]. Physics Reports, 2006, **432**(2): 43–113. DOI: 10.1016/j.physrep.2006.07.001.
- 22 Ebran J P, Khan E, Nikšić T, *et al.* How atomic nuclei cluster[J]. Nature, 2012, **487**: 341–344. DOI: 10.1038/nature11246.
- 23 Freer M. Nuclear physics: nucleons come together[J]. Nature, 2012, **487**(7407): 309. DOI: 10.1038/487309a.
- 24 Chabanat E, Bonche P, Haensel P, *et al.* A Skyrme parametrization from subnuclear to neutron star densities Part II: nuclei far from stabilities[J]. Nuclear Physics A, 1998, **635**: 231–256. DOI: 10.1016/S0375-9474(98)00180-8.
- 25 Antonov A N, Kadrev D N, Gaidarov M K, *et al.* Symmetry energy, its components and nuclear structure properties at finite temperature[J]. AAPPs Bulletin, 2020, **30**(2): 82–88. DOI: 10.22661/AAPPsBL.2020.30.2.82.
- 26 Lalazissis G A, Nikšić T, Vretenar D, *et al.* New relativistic mean-field interaction with density-dependent meson-nucleon couplings[J]. Physical Review C, 2005, **71**(2): 24312. DOI: 10.1103/PhysRevC.71.024312.
- 27 Cao X G, Ma Y G. Progress of theoretical and experimental studies on α cluster structures in light nuclei [J]. Chinese Journal, 2015, **60**(17): 1557. DOI: 10.1360/N972014-01335.
- 28 Lee Chang-Hwan. Physics of dense matter -from rare isotopes to neutron stars[J]. AAPPs Bulletin, 2019, **29**(6): 46–51. DOI: 10.22661/AAPPsBL.2019.29.6.46.
- 29 Aichelin J. "Quantum" molecular dynamics—a dynamical microscopic n-body approach to investigate fragment formation and the nuclear equation of state in heavy ion collisions[J]. Physics Reports, 1991, **202**(5–6): 233–360. DOI: 10.1016/0370-1573(91)90094-3.
- 30 Maruyama T, Niita K, Iwamoto A. Extension of quantum molecular dynamics and its application to heavy-ion collisions[J]. Physical Review C, 1996, **53**(1): 297–304. DOI: 10.1103/PhysRevC.53.297.
- 31 Negele J W. Mean-field theory of nuclear structure and dynamics[J]. Reviews of Modern Physics, 1982, **54**: 4. DOI: 10.1103/RevModPhys.54.913.
- 32 Wang M, Audi G, Kondev F G, *et al.* The AME2016 atomic mass evaluation (II): tables, graphs and references

- [J]. Chinese Physics C, 2017, **41**(3): 030003. DOI: 10.1088/1674-1137/41/3/030003.
- 33 Wang M, Audi G, Kondev F G, *et al.* The Ame2012 atomic mass evaluation (II): tables, graphs and references [J]. Chinese Physics C, 2012, **36**(12): 1603–2014. DOI: 10.1088/1674-1137/36/12/003.
 - 34 Preston M A, Bhaduri R K, Klein A. Structure of the nucleus[J]. Physics Today, 1975, **29**(8): 56. DOI: 10.1063/1.3023619.
 - 35 Chabanat E, Bonche P, Haensel P, *et al.* A Skyrme parametrization from subnuclear to neutron star densities [J]. Nuclear Physics A, 1997, **627**: 710 – 746. DOI: 10.1016/S0375-9474(97)00596-4.
 - 36 Vautherin D, Brink D M. Hartree-Fock calculations with skyrme's interaction I: spherical nuclei[J]. Physical Review C, 1972, **5**(3): 626 – 647. DOI: 10.1103/PhysRevC.5.626.
 - 37 Skyrme T H R. CVII: the nuclear surface[J]. Philosophical Magazine, 1956, **1**(11): 1043 – 1054. DOI: 10.1080/14786435608238186.
 - 38 Beiner M, Flocard H, NguyenVan Giai, *et al.* Nuclear ground-state properties and self-consistent calculations with the skyrme interaction (I): spherical description[J]. Nuclear Physics A, 1975, **238**(1): 29–69. DOI: 10.1016/0375-9474(75)90338-3.
 - 39 Chabanat E, Bonche P, Haensel P, *et al.* New skyrme effective forces for supernovae and neutron rich nuclei[J]. Physica Scripta, 1995, **56**: 231–233. DOI: 10.1088/0031-8949/1995/T56/034.
 - 40 Köhler H S. Skyrme force and the mass formula[J]. Nuclear Physics, 2016, **258**(2): 301–316. DOI: 10.1016/0375-9474(76)90008-7.
 - 41 Vautherin D, Brink D M. Hartree-Fock calculations with skyrme's interaction[J]. Physics Letters B, 1969, **32**(3): 149–153. DOI: 10.1016/0370-2693(70)90458-2.
 - 42 Csernai L P, Fai G, Gale C, *et al.* Nuclear equation of state with momentum-dependent interactions[J]. Physical Review C, 1992, **46**(2): 736 – 747. DOI: 10.1103/PhysRevC.46.736.
 - 43 Aichelin J, Rosenhauer A, Peilert G, *et al.* Importance of momentum dependent interactions for the extraction of the nuclear equation of state from high energy heavy ion collisions[J]. Physical Review Letters, 1987, **58**(19): 1926–1929. DOI: 10.1103/PhysRevLett.58.1926.
 - 44 Jeukenne J P, Lejeune A, Mahaux C. Many-body theory of nuclear matter[J]. Physics Reports, 1976, **25**(2): 83 – 174. DOI: 10.1016/0370-1573(76)90017-X.
 - 45 Wang N, Li Z X, Wu X Z, *et al.* Further development of the improved quantum molecular dynamics model and its application to fusion reactions near the barrier[J]. Physical Review C, 2004, **69**(3): 183–186. DOI: 10.1103/PhysRevC.69.034608.
 - 46 Feng Z Q. Momentum dependence of the symmetry potential and its influence on nuclear reactions[J]. Physical Review C, 2011, **84**(2): 1909 – 1915. DOI: 10.1103/PhysRevC.84.024610.
 - 47 Liu H L, Han D D, Ma Y G, *et al.* Network structure of thermonuclear reactions in nuclear landscape[J]. Science China Physics, Mechanics & Astronomy, 2020, **63**(11): 112062. DOI: 10.22661/AAPPSBL.2020.30.2.82.
 - 48 Chang Ching-Ray, Lin Yeu-Chung, Chiu Kuei-Lin, *et al.* The second quantum revolution with quantum computers [J]. AAPPS Bulletin, 2020, **30**(1): 9–22. DOI: 10.22661/AAPPSBL.2020.30.1.09.